PAULUS CHEM ENGINEERING JOURNAL

Volume 4 Nomor 1, Februari 2025,
ISSN 3026-2666

Analisis Pengujian Model Transformasi Laplace Pada Rangkaian Rl, RC dan RLC Seri dengan Matlab

Analysis of Laplace Transform Model Testing on Series RL, RC, and RLC Circuits Using MATLAB

Jesty Arniwati Lesnussa, Apriana Toding, Nicolaus Allu, Rismawaty Arungla'bi
Program Studi Teknik Elektro Fakultas Teknik Universitas Kristen Indonesia Paulus Makassar

Email : arniwatilesnussajesty@gmail.com
DOI: *https://doi.org/10.63365/ye581w81*
Published : **2025-02-28**

Abstrak

Simulasi diawali dengan membangun model sistem nyata dimana model tersebut menunjukkan bagaimana beberapa komponen dalam sistem saling berinteraksi sehingga benar-benar menggambarkan perilaku sistem. Rangkaian RL, RC dan RLC adalah rangkaian yang dihubungkan secara seri. Tujuan dari penelitian ini yaitu menerapkan transformasi Laplace dalam menyelesaikan permasalahan rangkaian RL, RC dan RLC seri dengan analisis matematik dan dibandingkan dengan program Matlab. Metode penyelesaian yang digunakan adalah metode transformasi laplace dimana persaman diferensial dari domain waktu (t) diubah kedalam domain frekunesi (s) lalu menyelesaikan perhitungan aljabar menggunakan invers transformasi laplace untuk mendapatkan penyelesaian secara langsung dari persamaan differensial rangkaian listrik tersebut dan hasilnya dibandingkan dengan menggunakan program Matlab. Dari hasil penelitian ini diperoleh hasil penyelesaian untuk rangkaian RL seri diperoleh secara analisis dengan transformasi Laplace hasilnya sama dengan program Matlab yaitu $\mathrm{i(t)} = 0{,}04 - 0{,}04\mathrm{e}^{-18{,}52\mathrm{t}}$ A, untuk rangkaian RC seri diperoleh secara analisis dengan transformasi Laplace hasilnya sama dengan program Matlab yaitu $\mathrm{i(t)} = 0{,}04\mathrm{e}^{-1{,}67\mathrm{t}}$ A, dan untuk rangkaian RLC seri diperoleh secara analisis dengan transformasi Laplace maupun dengan program Matlab hasilnya sama yaitu $\mathrm{i(t)} = 0{,}05\mathrm{e}^{-1{,}85\mathrm{t}} - 0{,}05\mathrm{e}^{-16{,}67\mathrm{t}}$ A.

Kata Kunci: hukum Kirchoff II, Matlab, persamaan differensial, Rangkaian RLC seri, transformasi Laplace

Abstract

The simulation begins with building a model of a real system where the model shows how several components in the system interact with each other to accurately represent the behavior of the system. The RL, RC, and RLC circuits are circuits that are connected in series. The aim of this research is to apply the Laplace transform to solve problems related to series RL, RC, and RLC circuits through mathematical analysis and compare it with MATLAB programs. The solution method used is the Laplace transform method where the differential equations in the time domain (t) are transformed into the frequency domain (s) and then algebraic calculations are performed using the inverse Laplace transform to obtain a direct solution of the differential equations of the electrical circuits, and the results are compared using MATLAB. From this research, a solution for the series RL circuit is obtained through analysis with the Laplace transform.. From the results of this study, the solution results for the RL series circuit were obtained analytically with the Laplace transform, the results were the same as the Matlab program, namely $i(t) = 0{,}04 - 0{,}04e^{-18{,}52t}$ A, for the RC series circuit, the results were obtained analytically with the Laplace transform, the results were the same as the Matlab program, namely $i(t) = 0{,}04e^{-1{,}67t}$ A, and for the RLC series circuit, the results were obtained analytically with the Laplace transform and with the Matlab program, the results were the same, namely $i(t) = 0{,}05e^{-1{,}85t} - 0{,}05e^{-16{,}67t}$ A.

Keywords: *Kirchoff's second law,Matlab. differential equation, Rangkaian RLC seri, transformasi Laplace.*

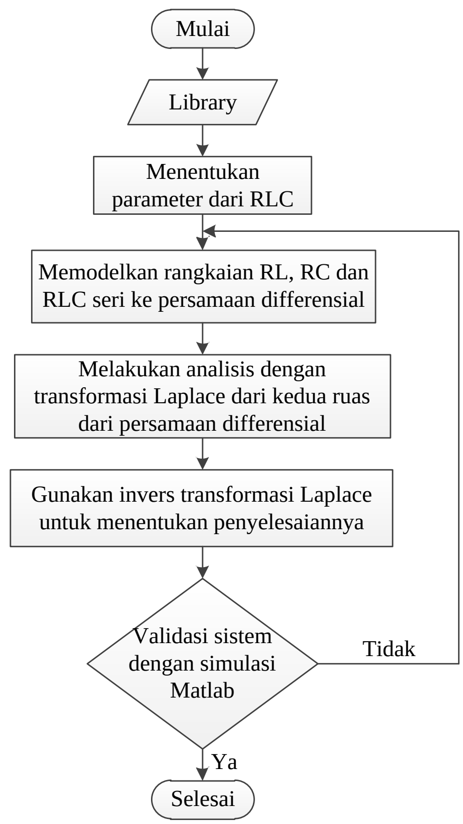
Pendahuluan

Menganalisis sebuah rangkaian listrik adalah hal yang penting dalam Teknik Elektro. Rangakain listrik seri merupakan rangkaian listrik yang paling mudah untuk dianalisis. Persamaan diferensial adalah permasalahan yang seringkali ditemukan dan harus diselesaikan saat menganalisis sebuah rangkaian listrik. Dalam beberapa penelitian yang penulis baca sebelumnya dijelaskan bahwa Transformasi laplace dapat digunakan dalam menyelesaikan persaman diferensial tak linear secara langsung tanpa perlu menetukan solusi umumnya terlebih dahulu. Dalam Penelitian ini penulis menggunakan program Matlab sebagai media perbandingan untuk memverifikasi perhitungan secara transformasi laplace karna penyelesaian secara Matlab sudah bisa dipastikan tepat.

Prosedur Penelitian

Penelitian ini diawali dengan mendeksripsikan suaru besaran arus listrik dalam sebuah rangkaian tertutup pada wkatu t yang berbentuk rangkaian listrik sederhana RL, RC, dan RLC seri yang disusun secara seri. Model matematis yang dihasilkan dari rangkaian listrik sederhana ini berbentuk persamaan diferensial linear orde dua homogen yang didapatkan berdasarkan hukum kirchoff II. Kemudian menerapkan metode transformasi laplace pada kedua sisi persamaan tersebut selanjutnya mensubtitusi fenomena awal yang diberikan sekaligus menyusun persamaan pembantu. Selanjutnya melakukan invers transformasi laplace untuk mendapatkan solusi khusus dari rangkaian listrik sederhana RL, RC, dan RLC yang akan dibandingkan dengan simulasi matlab.

Diagram Flowchart Penelitian dapat di lihat pada gambar di berikut :



Hasil dan Pembahasan

Tabel 1. Parameter dari R, L, C dan V

No.	Parameter	Simbol	Nilai	Satuan
1.	Resistor	R	500	Ohm
2.	Induktor	L	27	Henry
3.	Kapasitor	C	0,0012	Farad
4.	Tegangan dc	V	20	Volt

A. Pemodelan Rangkaian RL Seri

$$\mathbf{R.i}(t) + L\frac{di(t)}{dt} = v(t)$$

masing-masing ruas dikalikan dengan $(1/L)$, maka diperoleh:

$$\frac{\boldsymbol{di(t)}}{\boldsymbol{dt}} + \frac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{L}}\,\mathbf{i}(\boldsymbol{t}) = \frac{\boldsymbol{v(t)}}{\boldsymbol{L}}$$

dengan transformasi Laplace) maka diperoleh:

$$\mathrm{L}\left\{\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t)\right\} = L\left\{\frac{v(t)}{L}\right\}$$

$$\boldsymbol{sI(s)} + \frac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{L}}\boldsymbol{I(s)} = \frac{\boldsymbol{V(s)}}{\boldsymbol{Ls}}$$

dengan menginput nilai parameter-parameter yang ada pada Tabel 4.1 ke dalam Persamaan (4.4), maka diperoleh:

$$sI(s) + \frac{500}{27}I(s) = \frac{20}{27s}$$

$sI(s) +\ 18{,}52\ \ I(s) = \frac{0{,}74}{s}$, dengan mengalikan kedua ruas dengan s, sehingga diperoleh,

$$s^2 I(s) + 18{,}52\, sI(s) = 0{,}74$$

$$(\mathbf{s^2} + \mathbf{18{,}52\ s})\mathbf{I(s)} = \mathbf{0{,}74}$$

Maka diperoleh,

$$I(s) = \frac{0{,}74}{(s^2 + 18{,}52\,s)}$$

$$I(s) = \frac{0{,}74}{s(s + 18{,}52)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+18{,}52)}$$

(4.6)

$$A = \lim_{s\to 0} s \times \frac{0{,}74}{s(s+18{,}52)} = \lim_{s\to 0}\frac{0{,}74}{(0+18{,}52)} = 0{,}04$$

$$B = \lim_{s\to -18{,}52}(s + 18{,}52) \times \frac{0{,}74}{s(s+18{,}52)} = \lim_{s\to -18{,}52}\frac{0{,}74}{-18{,}52}$$

$$= -0{,}04$$

Sehingga,

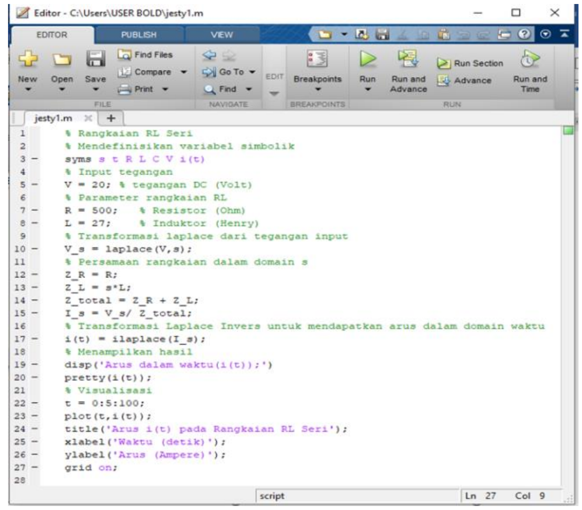
$$I(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+18{,}52)} = \frac{0{,}04}{s} - \frac{0{,}04}{(s+18{,}52)}$$

Jadi,

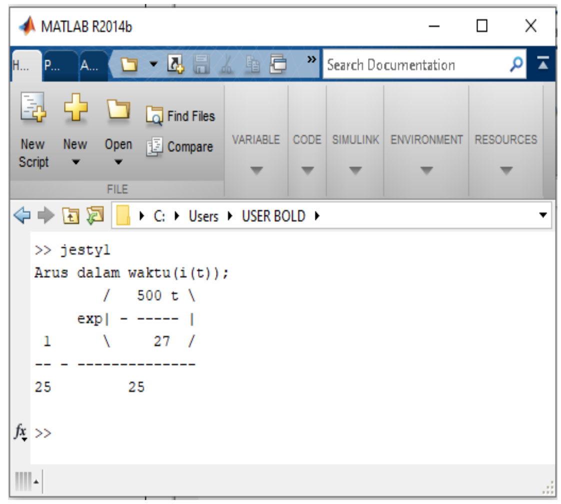
$$i(t) = L^{-1}[I(s)]$$

$$= L^{-1}\left\{\frac{0{,}04}{s}\right\} - L^{-1}\left\{\frac{0{,}04}{(s+18{,}52)}\right\}$$

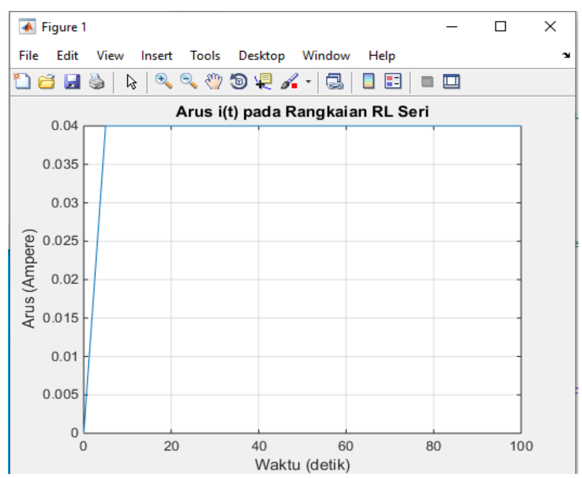
$$i(t) = 0{,}04 - 0{,}04e^{-18{,}52t}\ A$$



***Gambar 1*. Listing Program Rangkaian RL Seri**



Gambar 2. Hasil *running* untuk i(t) pada rangkaian RL seri



Gambar 3. Grafik arus i(t) pada rangakain RL Seri

Tabel 2. Perbandingan penyelesaian secara matematis transformasi laplace dan Matlab pada rangkaian RL

t (detik)	Transformasi Laplace $i(t) = 0{,}04 - 0{,}04e^{-18{,}52t}\ A$	Program Matlab $i(t) = \frac{1}{25} - \frac{e^{-500t/25}}{25}\ A$
0	0	0
5	0,04	0,04
10	0,04	0,04
15	0,04	0,04
20	0,04	0,04
25	0,04	0,04
30	0,04	0,04

B. Pemodelan Rangkaian RC Seri

$$\mathbf{R.i}(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt = v(t)$$

dengan transformasi Laplace maka diperoleh:

$$L\left\{R.i(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt\right\} = L\{v(t)\}$$

$$\boldsymbol{R.I(s)} + \frac{1}{C}\frac{I(s)}{s} = \frac{V(s)}{s}$$

dengan menginput nilai parameter-parameter yang ada pada Tabel 4.1 ke dalam Persamaan (4.8), maka diperoleh:

$$500\ I(s) + \frac{1}{(0{,}0012)}\frac{I(s)}{s} = \frac{20}{s}$$

$500\ \ I(s) + \ 833{,}33\ \frac{I(s)}{s} = \frac{20}{s}$, dengan mengalikan kedua ruas dengan s, sehingga diperoleh,

$$500\ sI(s) + 833{,}33\ I(s) = 20$$

$$(500s + 833{,}33)I(s) = 20$$

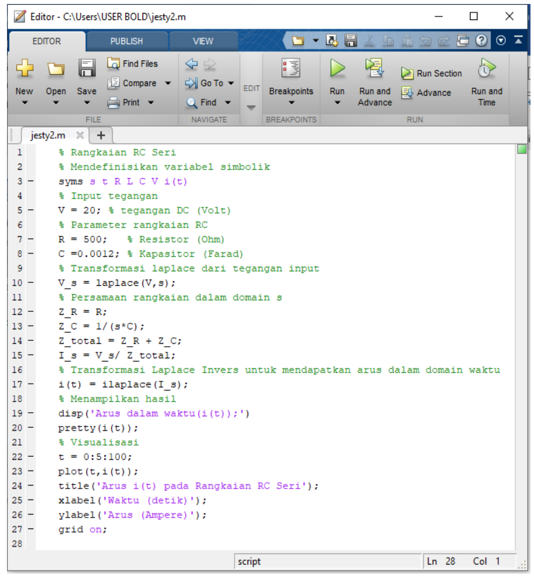
$$I(s) = \frac{20}{(500s+833{,}33)} = \frac{20}{500(s+1{,}67)}$$

$$= \frac{0{,}04}{(s+1{,}67)}$$

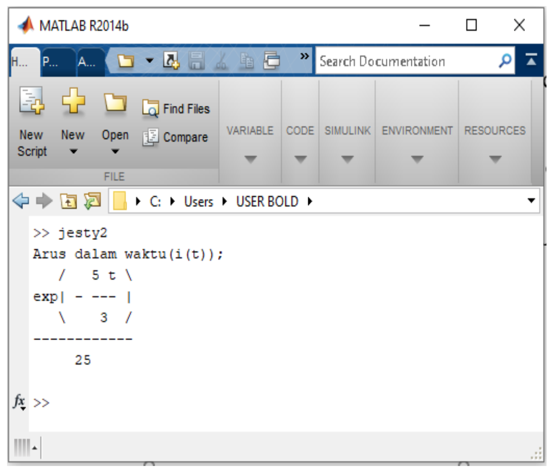
$$i(t) = L^{-1}[I(s)]$$

$$= L^{-1}\left\{\frac{0{,}04}{(s+1{,}67)}\right\}$$

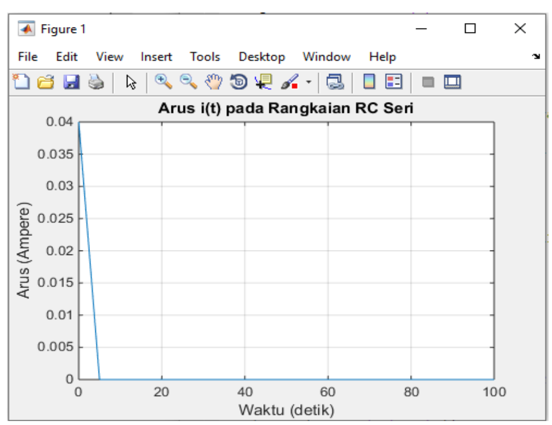
$$= 0{,}04e^{-1{,}67t}\ A$$



Gambar 4. Listing program RC Seri



Gambar 5. Hasil *running* untuk i(t) pada rangkaian RC Seri



Gambar 6. Grafik arus i(t) pada rangkaian RC Seri

Tabel 3. Perbandingan penyelesaian secara matematis transformasi laplace dan Matlab pada rangkaian RC.

t (detik)	Transformasi Laplace $i(t) = 0{,}04e^{-1{,}67t}\ A$	Program Matlab $i(t) = \frac{e^{-5t/3}}{25}\ A$
0	0,04	0,04
5	$9{,}48 \times 10^{-6}$	$9{,}61 \times 10^{-6}$
10	$2{,}23 \times 10^{-9}$	$2{,}31 \times 10^{-9}$
15	$5{,}28 \times 10^{-13}$	$5{,}56 \times 10^{-13}$
20	$1{,}25 \times 10^{-16}$	$1{,}33 \times 10^{-16}$
25	$2{,}95 \times 10^{-20}$	$3{,}2 \times 10^{-20}$
30	$6{,}98 \times 10^{-24}$	$7{,}71 \times 10^{-24}$
35	$1{,}34 \times 10^{-27}$	$1{,}85 \times 10^{-27}$
40	$4{,}29 \times 10^{-31}$	$4{,}45 \times 10^{-31}$
45	$1{,}14 \times 10^{-34}$	$1{,}07 \times 10^{-34}$
50	$2{,}54 \times 10^{-38}$	$2{,}57 \times 10^{-38}$
55	$6{,}32 \times 10^{-42}$	$6{,}19 \times 10^{-42}$
60	$1{,}54 \times 10^{-45}$	$1{,}48 \times 10^{-45}$

C. Pemodelan Rangkaian RL Seri

$$R.i(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt = v(t)$$

masing-masing ruas dikalikandengan $(1/L)$, maka diperoleh:

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) + \frac{1}{CL}\int_0^t i(t)dt = \frac{v(t)}{L} \qquad (4.10)$$

dengan transformasi Laplace maka diperoleh:

$$L\left\{\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) + \frac{1}{CL}\int_0^t i(t)dt\right\} = L\left\{\frac{v(t)}{L}\right\} \qquad (4.11)$$

$$\boldsymbol{sI(s) + \frac{R}{L}I(s) + \frac{1}{CL}\frac{I(s)}{s} = \frac{V(s)}{Ls}}$$

dengan menginput nilai parameter-parameter yang ada pada Tabel 4.1 ke dalam Persamaan (4.12), maka diperoleh:

$$sI(s) + \frac{500}{27}I(s) + \frac{1}{(0{,}0012)(27)}\frac{I(s)}{s} = \frac{20}{27s}$$

$sI(s) + 18{,}52\ I(s) + 30{,}86\ \frac{I(s)}{s} = \frac{0{,}74}{s}$, dengan mengalikan kedua ruas dengan s, sehingga diperoleh,

$$s^2I(s) + 18{,}52\ sI(s) + 30{,}86\ I(s) = 0{,}74$$

$$(s^2 + 18{,}52\ s + 30{,}86\ )I(s) = 0{,}74$$

Maka diperoleh,

$$I(s) = \frac{0{,}74}{(s^2 + 18{,}52\ s + 30{,}86\ )}$$

Dengan memfaktorkan penyebut dari persamaan diatas dengan rumus ABC, maka diperoleh:

$$\boldsymbol{s_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

dimana: $a = 1,\ b = 18{,}52$ dan $c = 30{,}86$

dengan memasukkan parameter a, b dan c kedalam Persamaan (4.15) diperoleh:

$$s_{1,2} = \frac{-18{,}52 \pm \sqrt{(18{,}52)^2 - 4(1)(30{,}86)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-18{,}52 \pm \sqrt{342{,}99 - 123{,}44}}{2}$$

$$= \frac{-18{,}52 \pm \sqrt{219{,}55}}{2}$$

$$= \frac{-18{,}52 \pm 14{,}82}{2}$$

$s_1 = \frac{-18{,}52 + 14{,}82}{2} = -1{,}85$, dan

$$s_2 = \frac{-18{,}52 - 14{,}82}{2} = -16{,}67$$

Sehingga,

$$I(s) = \frac{0{,}74}{(s^2 + 18{,}52\ s + 30{,}86\ )} = \frac{0{,}74}{(s+1{,}85)(s+16{,}67)}$$

$$= \frac{A}{(s+1{,}85)} + \frac{B}{(s+16{,}67)}$$

(4.11)

$$A = \lim_{s \to -1{,}85}(s + 1{,}85) \times \frac{0{,}74}{(s+1{,}85)(s+16{,}67)} = \lim_{s \to -1{,}85}\frac{0{,}74}{(s+16{,}67)} = 0{,}05$$

$$B = \lim_{s \to -16{,}67}(s + 16{,}67) \times \frac{0{,}74}{(s+1{,}85)(s+16{,}67)} = \lim_{s \to -16{,}67}\frac{0{,}74}{(s+1{,}85)}$$

$$= -0{,}05$$

Sehingga,

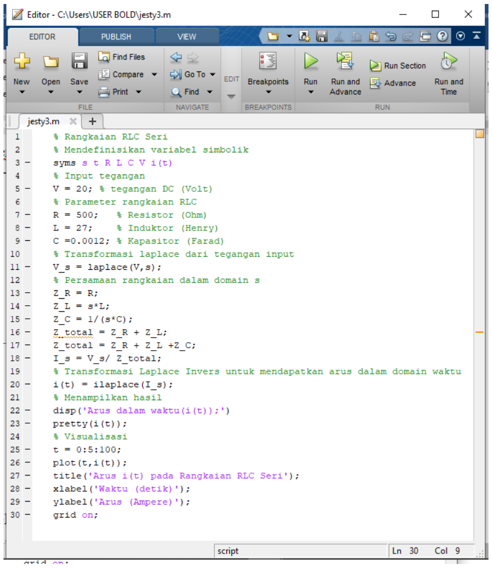
$$I(s) = \frac{A}{(s+1{,}85)} + \frac{B}{(s+16{,}67)} = \frac{0{,}05}{(s+1{,}85)} - \frac{0{,}05}{(s+16{,}67)} \qquad (4.13)$$

Jadi,

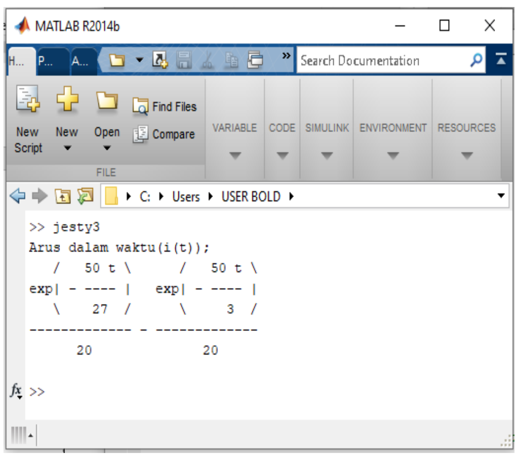
$$i(t) = L^{-1}[I(s)]$$

$$= L^{-1}\left\{\frac{0{,}05}{(s+1{,}85)}\right\} - L^{-1}\left\{\frac{0{,}05}{(s+16{,}67)}\right\} \qquad (4.14)$$

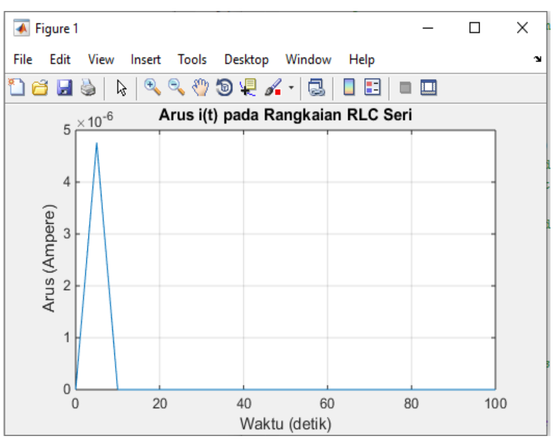
$$i(t) = 0{,}05e^{-1{,}85t} - 0{,}05e^{-16{,}67t}\ A$$



Gambar 7. Listing program rangkaian RLC Seri



Gambar 8. Hasil *running* i(t) pada rangkaian RLC Seri



Gambar 9. Grafik arus i(t) pada rangkaian RLC Seri

Tabel 4. Perbandingan penyelesaian secara matematis transformasi laplace dan Matlab pada rangkaian RLC.

t (detik)	Transformasi Laplace $i(t) = 0{,}05e^{-1{,}85t} - 0{,}05e^{-16{,}67t}\ A$	Program Matlab $i(t) = \frac{e^{-50t/27}}{20} - \frac{e^{-50t/3}}{20}\ A$
0	0	0
5	$4{,}81 \times 10^{-6}$	$4{,}76 \times 10^{-6}$
10	$4{,}62 \times 10^{-10}$	$4{,}53 \times 10^{-10}$
15	$4{,}44 \times 10^{-14}$	$4{,}31 \times 10^{-14}$
20	$4{,}27 \times 10^{-18}$	$4{,}11 \times 10^{-18}$
25	$4{,}10 \times 10^{-22}$	$4{,}00 \times 10^{-22}$
30	$3{,}94 \times 10^{-26}$	$3{,}73 \times 10^{-26}$
35	$3{,}69 \times 10^{-30}$	$3{,}55 \times 10^{-30}$
40	$3{,}26 \times 10^{-34}$	$3{,}39 \times 10^{-34}$
45	$3{,}19 \times 10^{-38}$	$3{,}22 \times 10^{-38}$
50	$3{,}15 \times 10^{-42}$	$3{,}06 \times 10^{-42}$
55	$2{,}94 \times 10^{-46}$	$2{,}92 \times 10^{-46}$
60	$2{,}67 \times 10^{-50}$	$2{,}78 \times 10^{-50}$

Hasil simulasi yang dilakukan menunjukan bahwa penyelesaian secara matematis dengan transformasi laplace dan secara program Matlab hasilnya sama, namun terdapat perbedaan sedikit dikarenakan pembulatan pada saat menyelesaikan persamaan diferensial dengan transformasi laplace dan untuk program Matlab hasilnya sudah pasti tepat.

Kesimpulan

Dengan memodelkan rangkaian listrik RL,RC, dan RLC seri ke model matematik persamaan differensial dan menyelesaikan persamaan rangkaian RL, RC, dan RLC seri dengan menggunakan transformasi Laplace berhasil dilakukan. Dari hasil penyelesaian untuk rangkaian RL seri diperoleh baik secara analisis dengan transformasi Laplace hasilnya sama dengan program Matlab yaitu $\boldsymbol{i(t) = 0,04 - 0,04e^{-18,52t}\ A}$, untuk rangkaian RC diperoleh baik secara analisis dengan transformasi Laplace hasilnya sama dengan program Matlab yaitu $\boldsymbol{i(t) = 0,04e^{-1,67t}\ A}$, dan untuk rangkaian RLC seri diperoleh baik secara analisis dengan transformasi Laplace hasilnya sama dengan program Matlab yaitu $\boldsymbol{i(t) = 0,05e^{-1,85t} - 0,05e^{-16,67t}\ A}$.

Ucapan Terima Kasih

Terima kasih kepada UKI Paulus yang memberikan kesempatan mengikuti perkuliahan hingga selesai juga masukan dan bimbingan dari kedua pembimbing saya selama proses penelitian ini.

Daftar Pustaka

Asrijal "Aplikasi Metode Transformasi Laplace Pada Dinamika Sistem Fisis-Massa Pegas Dengan Shock Absorber"

Arifin, Muhammad Wakhid Musthofa, danSugiyanto (2013) "Aplikasi Transformasi Laplace Pada Rangkaian Listrik".

Erwin Kreyszig (1993) Edisi ke-6. Penerbit PT. Gramedia Pustaka Utama Jakarta. Matematika Indah Permata Sari dan Nurhamidah (2022) Jurnal Pendidikan Fisika Vol. 6(2). . "Penyelesaian Rangkaian Listrik RLC Menggunakan Metode Runge Kutta dan Euler".

Kristo Dantes Lingga, Abil Mansyur (2016) Jurnal Karismatika Tahun 2 VOL.2., "Studi Penyelesaian Persamaan Diferensial Menggunakan Metode Transformasi Laplace".

Minggani, F. (2020). Jurnal Ilmiah Soulmath "Analisis Solusi Model Rangkaian Listruk Menggunakan Transformasi Laplace Modifikasi".

Nicolaus Allu (2020). "Diktat Kuliah Rangkaian Listrik I". UKI Paulus Makassar

Nicolaus Allu, Titus Tandi Seno, Estikah E. Patoding (2024). "Rangkaian Listrik II". Penerbit PT. Nas Media Indonesia

Prasetiyo, A.P (2013). "Transformasi Laplace Secara Numerik Menggunakan Interpolasi Hermite dan Spline". Simetris: Jurnal Teknologi dan Sains Terapan

Samsul B. Loklomin, Francis Y. Rumlawang (2014) "Aplikasi Metode Runge Kutta Orde Empat Pada Penyelesaian Rangkaian Listrik RLC".

Ikhsan Parinduri (2018). "Model dan Simulasi Rangkaian RLC menggunakan Aplikasi Matlab dengan Metode Simulink".

Yesy Diah Rosita, Sugianto (2018). "Pemanfaatan Matlab Untuk Deteksi Jalan Aspal Berlubang". CV. Penerbit Qiara Media.